ЗА ОДЕЉЕЊЕ I_5 ЗА ПЕРИОД 13.4. – 16.4.

Домаћи

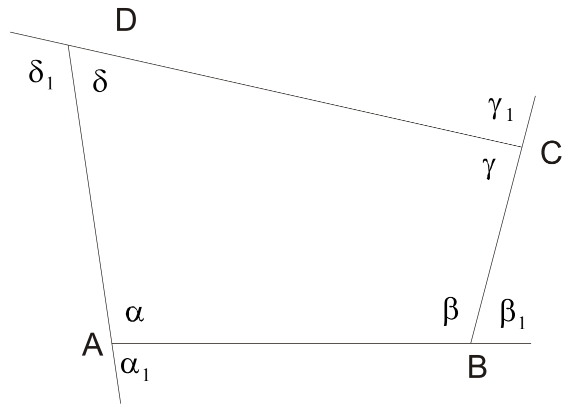
$\boxed{1}$ Израчунати страницу квадрата ако је полупречник круга описаног око тог квадрата једнак $\sqrt{2}$.

$\boxed{2}$ Израчунати површину једнакокраког трапеза ако је крак $c = 5\,cm$, краћа основица $b = 3\,cm$ а висина $h = 4\,cm$.

Обавештење!: У недељи после Васкрса биће одржан писмени задатак, у петак 24.4. Детаљније информације окачићу на Teams у наредна два дана.

ČETVOROUGAO

Mnogougao koji ima četiri stranice naziva se četvorougao.

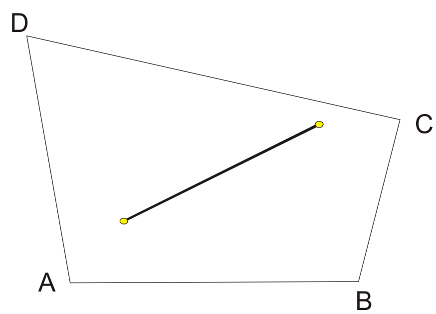


Za svaki četvorougao važi da im je zbir unutrašnjih i spoljašnjih uglova isti i iznosi 360^0

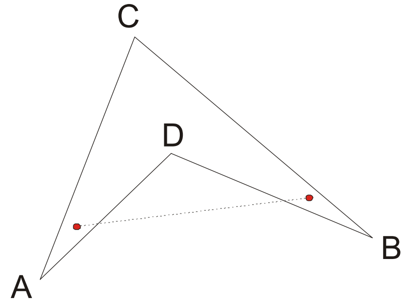
$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=360^0 \qquad \alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1=360^0$$

Najpre da kažemo da četvorouglovi mogu biti : **konveksni** i **nekonveksni**.

Četvorougao je **konveksan** ako duž koja spaja bilo koje dve tačke unutrašnje oblasti ostaje unutar četvorougla.



Četvorougao je **nekonveksan** ako duž koja spaja bilo koje dve tačke unutrašnje oblasti izlazi iz nje.



Podela četvorouglova može se izvršiti na više načina.Prvu podelu izvršio je još Euklid.

On ih je podelio u pet grupa: kvadrati, pravougaonici,rombovi,romboidi i trapezi.

Međutim, danas je podela izvršena na sledeći način:

1) **Paralelogrami** (imaju po dva para paralelnih stranica)

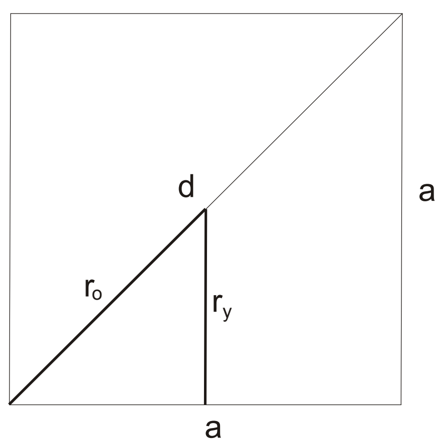
2) **Trapezi** (imaju jedan par paralelnih stranica)

3) **Trapezoidi** (nemaju paralelne stranice)

<u>Paralelogram</u> je četvorougao čije su naspramne stranice paralelne.

KVADRAT

- Sva četiri ugla su mu prava
- Sve stranice su jednake
- Dijagonale su jednake i međusobno se polove pod pravim uglom
- Centralno simetrična je figura
- Ima 4 ose simetrije



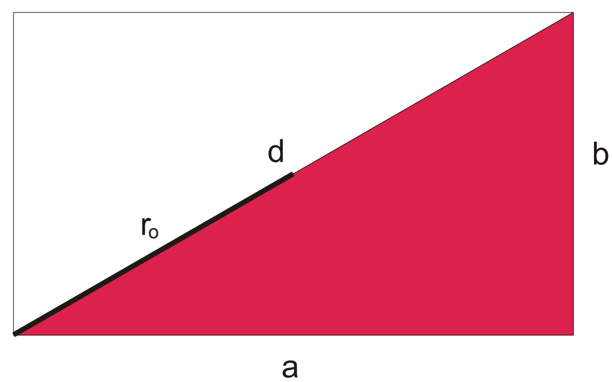
O= 4a

P = a^2 ili $P = \frac{d^2}{2}$, $r_y = \frac{a}{2}$ i $r_o = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

d=a$\sqrt{2}$ i   ako nam treba dužina stranice a imamo dužinu dijagonale $a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$

PRAVOUGAONIK

- Sva četiri ugla su mu prava
- Paralelne stranice su jednake
- Dijagonale su jednake i međusobno se polove
- Centralnosimetrična figura
- Ima 2 ose simetrije



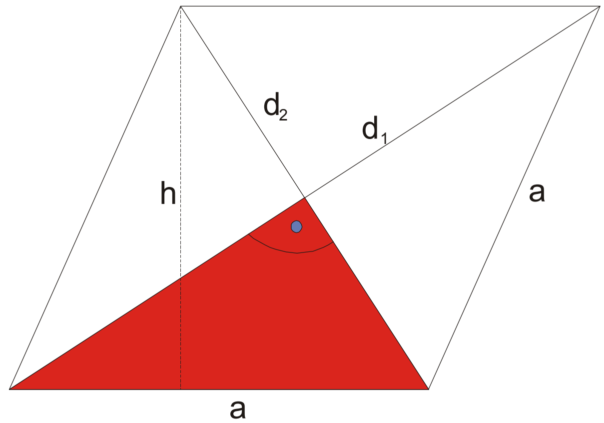
O = 2a + 2b

P = ab

$r_o = \frac{d}{2}$ a dijagonalu nalazimo iz Pitagorine teoreme: $d^2 = a^2 + b^2$

ROMB

- Sve četiri stanice su jednake
- Naspramni uglovi su jednaki a uzastopni su suplementni
- Dijagonale se međusobno polove pod pravim uglom
- Centralnosimetrična figura
- Ima dve ose simetrije



O = 4a

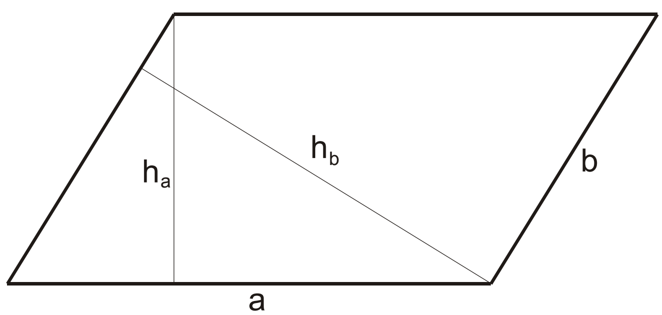
P= $\frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ ili P = ah

Može se upisati kružnica čiji je poluprečnik $r_y = \frac{h}{2}$

Pitagorina teorema se primenjuje na osenčeni trougao: $a^2 = (\frac{d_1}{2})^2 + (\frac{d_2}{2})^2$

ROMBOID

- Paralelne stranice su jednake
- Naspramni uglovi su jednaki a uzastopni su suplementni
- Dijagonale se međusobno polove
- Centralnosimetrična figura



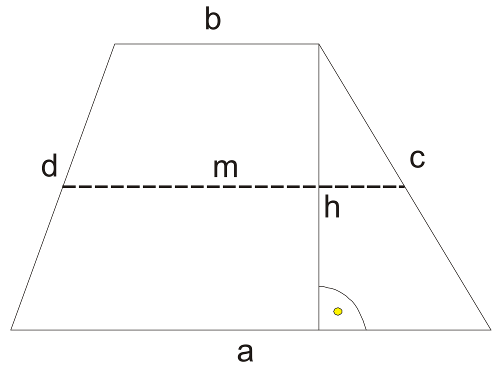
O = 2a + 2b

P= ah_a ili P= bh_b

Ne može da se upiše niti da se opiše kružnica .

Četvorougao čije su samo dve naspramne stranice paralelne zove se TRAPEZ.

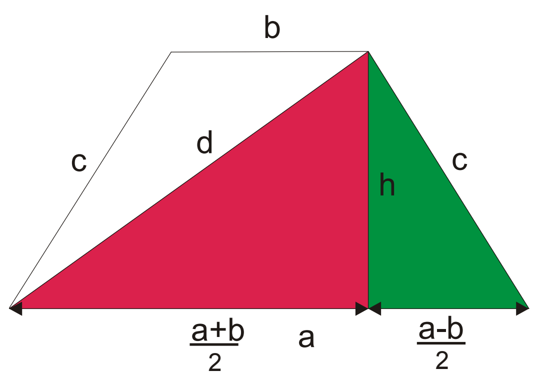
Paralelne stranice se zovu osnovice, a druge dve kraci.



Stranice a i b su osnovice, c i d kraci. Duž koja spaja središta krakova je srednja linija trapeza $m = \frac{a+b}{2}$. Naravno m je paralelna i sa a i sa b.

O = a+b+c+d ; P= $\frac{a+b}{2} \cdot h$ ili P = mh

JEDNAKOKRAKI TRAPEZ



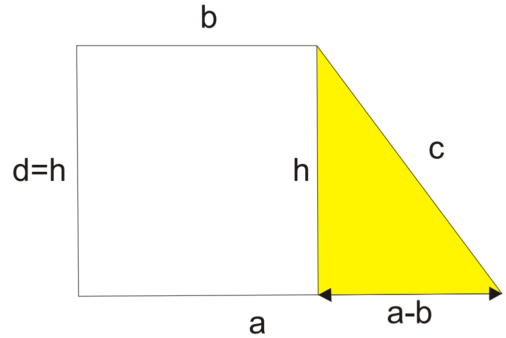
O = a + b + 2c

P= $\frac{a+b}{2} \cdot h$ ili P = mh

Primena Pitagorine teoreme: $(\frac{a-b}{2})^2 + h^2 = c^2$ (na zeleni trougao)

$(\frac{a+b}{2})^2 + h^2 = d^2$ (na crveni trougao)

PRAVOUGLI TRAPEZ



O = a + b + c + h

P= $\frac{a+b}{2} \cdot$ h   ili   P = mh

Primena Pitagorine teoreme: $(a-b)^2 + h^2 = c^2$

Najpoznatiji trapezoid je **deltoid.**

DELTOID

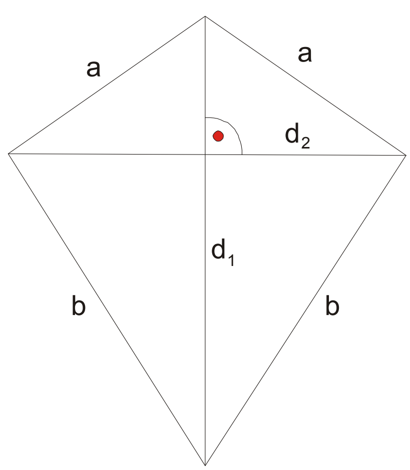
-Deltoid je trapezoid koji ima dva para jednakih uzastopnih stranica.

-Dijagonale deltoida su među sobom normalne.

-Simetrala deltoida je simetrala i njegovih uglova koje obrazuju jednake stranice

-Uglovi koje obrazuju nejednake stranice su među sobom jednaki.

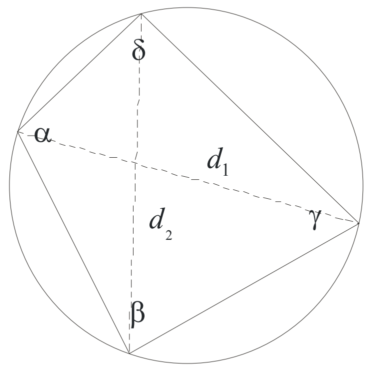
-Dijagonala d_1 je simetrala ugla.



O = 2a + 2b   P= $\frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

Tetivni četvorougao

To je četvorougao oko koga može da se opiše kružnica.
Uslov je: $\alpha + je = \beta + \delta = 180^o$



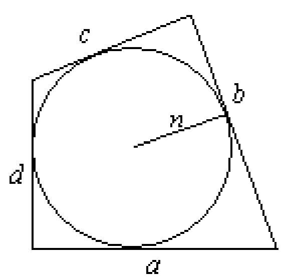
$$d_1 = \sqrt{\frac{(ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd}} \rightarrow \text{Jedna dijagonala}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{(ac+bd)(ab+cd)}{bc+ad}} \rightarrow \text{Druga dijagonala}$$

$$P = \frac{d_1 d_2}{2} \cdot \sin\varphi \rightarrow (\varphi \text{ je ugao izmedju dijagonala})$$

Tetivni četvorougao

To je četvorougao u koji može da se upiše kružnica.
Uslov je: $a + c = b + d$

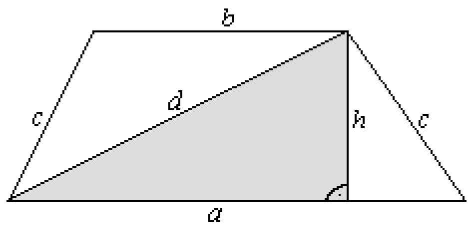


$P = (a+c)r$ ili
$P = (b+d)r$

$O = 2(a+c)$ ili
$O = 2(b+d)$

2) U jednakom trapezu površine P=32 i visine $h = 4$, razlika osnovica je 6. Odrediti dužinu dijagonale .

Rešenje:



$P = 32$

$h = 4$

$a - b = 6$

$d = ?$

$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$$
$$32 = \frac{a+b}{2} \cdot 4$$
$$32 = (a+b) \cdot 2$$
$$a + b = 16$$

Sa ova dva podatka pravimo sistem

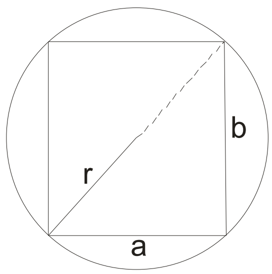
$$\left.\begin{array}{l} a+b=16 \\ a-b=6 \end{array}\right\} \oplus$$
$$2a = 22$$
$$a = 11 \Rightarrow b = 5$$

Primenimo Pitagorinu teoremu:

$$d^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + h^2$$
$$d^2 = \left(\frac{11+5}{2}\right)^2 + 4^2$$
$$d^2 = 64 + 16$$
$$d^2 = 80$$
$$d = \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5}$$
$$d = 4\sqrt{5}$$

3) U krugu obima $O = 10\pi$ upisan je pravougaonik čije se stranice odnose kao 3:4. Odrediti površinu pravougaonika

Rešenje:



$$O = 10\pi$$
$$a : b = 3 : 4$$
$$P = ?$$

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow d = 2r$$
$$O = 2r\pi$$
$$10\pi = 2r\pi$$
$$r = 5 \Rightarrow d = 10$$

Primenimo Pitagorinu teoremu:

$$a^2 + b^2 = d^2$$
$$(3k)^2 + (4k)^2 = 10^2$$
$$9k^2 + 16k^2 = 100$$
$$25k^2 = 100$$
$$k^2 = 4$$
$$k = 2$$

Pošto je $a : b = 3 : 4$

Onda je: $\begin{cases} a = 3k \\ b = 4k \end{cases}$

$$a = 3 \cdot 2 = 6$$
$$b = 4 \cdot 2 = 8$$
$$P = a \cdot b$$
$$P = 6 \cdot 8$$
$$P = 48$$

4) Stranica romba je $a=5$ a manja dijagonala $d_1=6$. Odrediti površinu upisanog kruga.

Rešenje:

$a=5$

$d_1=6$

$P_{kr}=?$

Najpre ćemo naći drugu dijagonalu d_2.

$$\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2=a^2$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2=5^2$$

$$\left(\frac{d_2}{2}\right)^2=16$$

$$\frac{d_2}{2}=4 \Rightarrow d_2=8$$

Kako imamo 2 obrasca za P romba, to ćemo iskoristiti da nadjemo visinu:

$$P=\frac{d_1\cdot d_2}{2}=\frac{6\cdot 8}{2}=24$$

$$P=ah \Rightarrow h=\frac{P}{a}=\frac{24}{5}=4{,}8$$

$$r=\frac{h}{2} \Rightarrow r=\frac{4{,}8}{2}=2{,}4$$

$$P_{kr}=r^2\pi$$

$$P_{kr}=(2{,}4)^2\pi$$

$$P_{kr}=5{,}76\pi$$